| | | |
|---|---|---|
| | UNIVERSITE D'ANGERS<br>DEUG STU2 – ST41<br>2001-2002<br>S. CHAUSSEDENT | **FORMULAIRE**<br>**- Propagation des ondes élastiques -** |

- **Equation de l'onde plane se propageant suivant l'axe Ox** : $\vec{U}(x,t) = \vec{U}_0 \cos(\omega t - kx)$

où $\vec{U}(x,t)$ est le déplacement (vibration) à l'instant $t$ de la particule dont la position d'équilibre se trouve à l'abscisse $x$ ; $\vec{U}_0$ est l'amplitude de vibration ; $\omega = 2\pi f = 2\pi/T$ est la pulsation, $f$ la fréquence et $T$ la période ; $\vec{k}$ est le vecteur d'onde tel que $\vec{k} = k\,\vec{e}_x$ où $\lambda = 2\pi/k$ est la longueur d'onde.

- **Pression acoustique** : $p(x,t) = -\dfrac{1}{\chi}\dfrac{\mathrm{d}V}{V}$ où $\chi$ est le coefficient de compressibilité du matériau, et $\dfrac{\mathrm{d}V}{V} = \dfrac{\partial U}{\partial x} = \theta$ définit la dilatation locale au point d'abscisse $x$ à l'instant $t$.

- **Vitesse particulaire** : $v_p(x,t) = \dfrac{\partial U}{\partial t}$ est la vitesse de déplacement de la particule se trouvant à l'abscisse $x$ à l'instant $t$.

- **Equation de propagation de l'onde** : $\dfrac{\partial^2 U}{\partial x^2} = \rho\chi \dfrac{\partial^2 U}{\partial t^2}$ où $\rho\chi = 1/c^2$ , $\rho$ étant la masse volumique du matériau, et $c$ la vitesse de propagation de l'onde. Le module du vecteur d'onde s'exprime comme : $k = \omega/c$.

- **Vitesse de propagation dans un gaz parfait** : $c = \sqrt{\dfrac{\gamma \mathrm{R} T}{M}}$ où $\gamma$ est le coefficient polytropique du gaz, R la constante des gaz parfaits, $M$ la masse molaire du gaz et $T$ sa température absolue.

- **Pression de radiation** (densité volumique d'énergie) : $P_r = \frac{1}{2}\rho\omega^2 U_0^2$

- **Intensité acoustique** (puissance acoustique surfacique) : $I = \frac{1}{2}\rho c \omega^2 U_0^2$

- **Impédance acoustique** : $Z = \dfrac{p_0}{v_{p0}} = \rho c = \dfrac{1}{\chi c}$ où $p_0$ et $v_{p0}$ sont respectivement les amplitudes de pression acoustique et de vitesse particulaire.

- **Niveau sonore en décibels** : $L_{dB} = 10\log_{10}\left(\dfrac{I}{I_r}\right) = 20\log_{10}\left(\dfrac{p_0}{p_{0r}}\right)$ , où $I_r$ et $p_{0r}$ sont respectivement l'intensité de référence et l'amplitude de pression acoustique de référence.

- **Atténuation de l'intensité acoustique** : $A_{dB} = 10\log_{10}\left(\frac{I_1}{I_0}\right)$ où $I_0$ correspond à l'intensité initiale et $I_1$ à l'intensité après atténuation (dispersion au cours de la propagation, après réflexion, transmission…).

- **Vitesses de propagation des ondes élastiques dans les solides** :

| | Onde longitudinale | Onde transversale |
|---|---|---|
| Milieu illimité | $v_L = \sqrt{\frac{2\mu+\lambda}{\rho}}$ | $v_T = \sqrt{\frac{\mu}{\rho}}$ |
| Milieu fini | $v_l = \sqrt{\frac{E}{\rho}}$ | $v_T = \sqrt{\frac{\mu}{\rho}}$ |

Coefficients de *Lamé* :
- $\lambda = 1/\chi$ Coefficient d'incompressibilité
- $\mu$ Module de cisaillement (viscosité)

Modules d'élasticité :
- $E$ Module d'*Young*
- $\sigma_P$ Coefficient de *Poisson* ( $0 < \sigma_P < 1/2$ )

- Allongement relatif d'un milieu fini : $\frac{\mathrm{d}l}{l} = \frac{1}{E}\frac{F}{S}$ où $F$ est la force de traction exercée et $S$ la section perpendiculaire à la direction de l'allongement.
- Contraction d'un milieu fini : $\frac{\mathrm{d}a}{a} = -\sigma_P \frac{\mathrm{d}l}{l}$ où $a$ est la largeur (diamètre) contractée.

- **Correspondances entre les coefficients de *Lamé* et les modules d'élasticité** :

$$\lambda = \frac{E\sigma_P}{(1-2\sigma_P)(1+\sigma_P)} \quad \text{et} \quad \mu = \frac{E}{2(1+\sigma_P)}$$

- **Facteurs de réflexion et de transmission à l'interface de deux milieux** :

$$R = \frac{I_r}{I_i} = \left(\frac{Z_1 - Z_2}{Z_1 + Z_2}\right)^2 \quad \text{et} \quad T = \frac{I_t}{I_i} = \frac{4Z_1Z_2}{(Z_1+Z_2)^2}$$

où $Z_1, Z_2$ sont les impédances des deux milieux ; $I_i$, $I_r$ et $I_t$ sont respectivement les intensités incidente, réfléchie et transmise.

- **Relation de Snell-Descartes** : $\frac{\sin\alpha}{v_1} = \frac{\sin\beta}{v_2}$

où $\alpha$ et $\beta$ sont les angles entre la normale à l'interface et la direction de propagation de l'onde se propageant dans le milieu où la vitesse est respectivement $v_1$ et $v_2$.